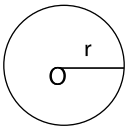
Área del Cilindro y del Cono

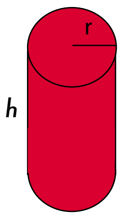
<u>Conceptos Previos:</u>

- El número $\pi = 3{,}14159264...$ es un número irracional (decimal infinito no periódico) que se utiliza en el cálculo de área y perímetro de círculo y circunferencia, y en consecuencia también se utiliza en el cálculo de área y volumen de cuerpos redondos.
- El perímetro y área de una circunferencia y círculo de radio r son:

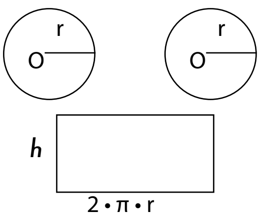


Perímetro $= 2 \cdot \pi \cdot r$
Área $= \pi \cdot r^2$

Cilindro:



h: altura
r: radio basal
* Para calcular el área de un cilindro, podemos imaginar que lo abrimos, obteniéndose dos círculos y un rectángulo:

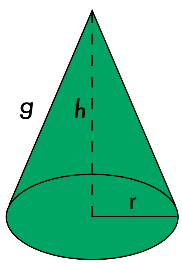


$Á_1 = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r^2 = 2 \cdot \pi \cdot r^2$

$Á_2 = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$
(se forma un rectángulo de altura *h* y base correspondiete al perímetro de la circunferencia)

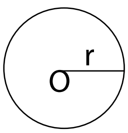
Área total $= Á_1 + Á_2$
Área Total $= 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$

Cono:

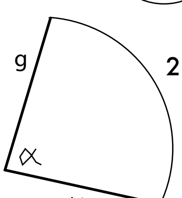


g: generatriz
h: altura
r: radio basal
* También podemos imaginar que abrimos el cono, obteniéndose un círculo y un sector circular.

$Á_{basal} = \pi \cdot r^2$



El sector circular tiene radio *g* y su arco mide $2 \cdot \pi \cdot r$, que es el perímetro del círculo basal del cono. Suponiendo que el ángulo formado por ambas generatrices es α podemos establecer la siguiente proporción:



$\dfrac{360°}{P_{total}} = \dfrac{\alpha}{P_{sector}}$

$\dfrac{360°}{2 \cdot \pi \cdot g} = \dfrac{\alpha}{2 \cdot \pi \cdot r}$

$\dfrac{360°}{A_{total}} = \dfrac{\alpha}{A_{sector}}$

es decir,

$\alpha = \dfrac{360° \cdot r}{g}$

$\dfrac{360°}{\pi \cdot g^2} = \dfrac{\frac{360° \cdot r}{g}}{A_{sector}}$

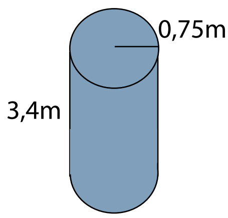
$A_{sector} = \pi \cdot r \cdot g$

Área total $= Á_{basal} + Á_{basal}$
Área Total $= \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g$

<u>Actividades de Aplicación</u>

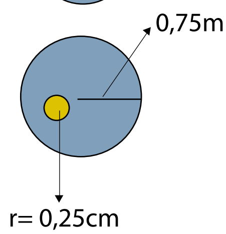
1- Un camión lleva un estanque cilíndrico con agua potable para repartir en zonas rurales donde hay sequía. Las dimensiones del estanque son 1,5m de diámetro y 3,4m de largo. En la parte de atrás, el estanque tiene un orificio de 5cm de diámetro para conectar una manguera. Suponiendo que $\pi = 3{,}14$, calcule la superficie total del estanque.

Solución: Tenemos un cilindro de 3,4m de largo, si lo ponemos en forma vertical serían 3,4m de altura y 1,5m de diámetro; entonces el área total del cilindro será:



Área Total $= 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$
donde $r = \dfrac{d}{2} = \dfrac{1{,}5m}{2} = 0{,}75m$ y $h = 3{,}4m$

$= 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}75^2 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}75 \cdot 3{,}4$
$= 3{,}5325 + 16{,}014$
$= 19{,}5725\ m^2$



Área del orificio $= \pi \cdot r^2$
donde $r = \dfrac{d}{2} = \dfrac{0{,}5}{2} = 0{,}25$ cm

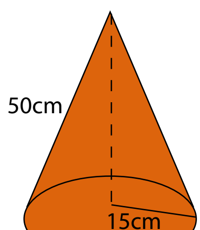
$= 2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}25$
$= 0{,}3925$ cm
Entonces la superficie del estanque será:

$19{,}5725m^2 - 0{,}3925cm^2$

y sabemos que $1m^2 = 10.000cm^2$, entonces la superficie será:
195.725 - 0,3925= 195.724,6075, es decir, la superficie del estanque será de aproximadamente $195.725\ cm^2$, o bien, $19{,}5725m^2$

2- ¿Cuánto material plástico se necesita para fabricar 10 conos de señalización del tránsito que deben tener 15 cm de radio y 50 cm de generatriz, suponiendo que tienen material en la base?

Solución: Tenemos un cono de 15 cm de radio y 50 cm de generatriz, es decir, *r=15cm, g=50cm*



Área Total de un cono $= \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot g$
donde $r = 15cm$ y $g = 50cm$

$= 3{,}14 \cdot 15^2 + 3{,}14 \cdot 15 \cdot 50$
$= 706{,}5 + 2.355$
$= 3.061{,}5cm^2$

entonces para los 10 conos se necesitan $3.061{,}5 \cdot 10 = 30.615\ cm^2 = 3{,}0615m^2$ de material plástico

Victoria Grebe Lira
Profesora de Matemáticas